

Titolo dell'esperienza  
IL DISEGNO E LA PITTURA COME  
PROGETTAZIONE E SISTEMA

Autore dell'esperienza  
CONTEROSITO Salvatore

LICEO ARTISTICO STATALE  
"FELICE CASORATI" DI NOVARA

DIARIO MOTIVAZIONALE, CULTURALE E OPERATIVO DELL'O.D.

- DEFINIZIONE DI DISPOSIZIONE

- PERMUTAZIONI CON UNO O PIÙ ELEMENTI RIPETUTI

- GRUPPI DI SIMMETRIE

- LE SIMMETRIE DEL FREGIO O UNIDIREZIONALI
- I SETTE GRUPPI DELLE SIMMETRIE DEL FREGIO.
- I GRUPPI DELLE SIMMETRIE DEL PIANO O ROTATORIE

LA DESCRIZIONE

dell'Esperienza e l'Oggetto Didattico non sono scindibili... Si descrive con le parole ma spesso un'immagine è molto più esemplificativa e immediata.

Il paradosso si verifica quando dovendo descrivere un'esperienza visiva e tecnica, come nel nostro caso, si deve ricorrere all'uso del linguaggio scritto/verbale. Le parole diventano indispensabili per farsi comprendere dai non “addetti ai lavori” che non sanno leggere un disegno ma ad un tempo dobbiamo avere ben presente che eventi che hanno contemporaneità spazio/temporale nella realtà, per alcuni di essi diviene necessario differirli per effetto della sequenzialità tipica del linguaggio verbale. Si fatica e non sempre si risulta adeguati.

## DEFINIZIONE DI DISPOSIZIONI

Dati  $n$  elementi distinti, e indicato con  $k$  un numero intero positivo e minore o uguale a  $n$ , si chiamano disposizioni di questi  $n$  elementi, presi a  $k$  a  $k$  (o di classe  $k$ ), tutti i raggruppamenti diversi che si possono formare con gli elementi dati, in modo che valgano le seguenti proprietà:

1. ciascun raggruppamento contiene  $k$  elementi;
2. uno stesso elemento non può figurare più volte in un raggruppamento;
3. due qualsiasi raggruppamenti sono da considerarsi distinti quando uno di essi contiene almeno un elemento che non figura nell'altro, oppure gli elementi di un raggruppamento sono gli stessi dell'altro ma differiscono per l'ordine in cui sono disposti.

Per esempio, le disposizioni di tre elementi (abc) presi a due a due sono:

ab; ac; ba; bc; ca; cb.

Se facciamo un confronto con le permutazioni di tre elementi ci si accorge che è possibile ricavare da queste le disposizioni, eliminando gli  $n - k$  elementi da ciascuna permutazione cioè:

Permutazioni: abc; acb; bac; bca; cab; cba.

Disposizioni: ab; ac; ba; bc; ca; cb.

## PERMUTAZIONI CON UNO O PIÙ ELEMENTI RIPETUTI

Si hanno quando:

- a. negli  $n$  elementi da permutare ve ne è uno ripetuto  $m$  volte;
- b. oppure ve ne sono diversi ripetuti,  $a_1$  ripetuto  $m$  volte,  $a_2$  ripetuto  $r$  volte,  $a_3$  ripetuto  $s$  volte, etc.

Ad esempio, se vogliamo costruire le permutazioni di:

abcd

- prendiamo le permutazioni di 4 elementi, a b c d;
- sostituiamo c al posto di d (e così di seguito);
- eliminiamo i doppi.

Per  $n = 4$ :

abcd; abdc; acbd; acdb; adbc; adcb;  
bacd; badc; bcad; bcda; bdac; bdca;  
cabd; cadb; cbad; cbda; cdab; cdba;  
dabc; dacb; dbac; dbca; dcab; dcba;

Sostituiamo:

abcc; abcc; acbc; acbc; acbc;  
bacc; bacc; bcac; bcca; bcac; bcca;

cabc; cacb; cbac; cbca; ccab; ccba;  
cabc; cacb; cbac; cbca; ccab; ccba;

Eliminiamo i doppioni:

abcc; abcc; acbc; accb; acbc; accb;  
bacc; bacc; bcac; bcca; bcac; bcca;  
cabc; cacb; cbac; cbca; ccab; ccba;  
cabc; cacb; cbac; cbca; ccab; ccba;

Si procede allo stesso modo anche quando gli oggetti ripetuti sono più di uno. Nella esperienza sarebbe auspicabile il coinvolgimento del docente di matematica con i vantaggi facilmente immaginabili.

Volendo condurre una didattica di tipo esperienziale e creando le condizioni affinché il problema venga posto dagli stessi studenti, si procede assegnando il Tema delle Disposizioni possibili iniziando da  $n$  elementi (anche soltanto due) senza fornire ulteriori spiegazioni. Successivamente, poiché gli studenti incontreranno molte difficoltà, alla loro richiesta di aiuto, non necessariamente esplicita, si interverrà con tutti i chiarimenti necessari e opportuni.

Il Tema potrà essere svolto con strumenti tradizionali: riga, squadre, matite e penne oppure avvalendosi della strumentazione informatica.

Il Tema, in particolare nella fase di realizzazione degli esecutivi, richiede una buona precisione. Si potrebbe obiettare che sarebbero avvantaggiati coloro che adopereranno gli strumenti informatici.

In realtà, a pensarci bene, si richiedono soltanto competenze diverse con strumenti diversi: la manualità con gli strumenti tradizionali del disegno; oppure le conoscenze della strumentazione informatizzata.

Si tende sempre al medesimo risultato: conoscenza, comprensione, applicazione, sintesi e visualizzazione.

Qui sotto è riportato l'esercizio svolto con tutte le Disposizioni e dopo la cancellazione dei doppioni. Abbiamo 256 Disposizioni possibili su 16 colonne.

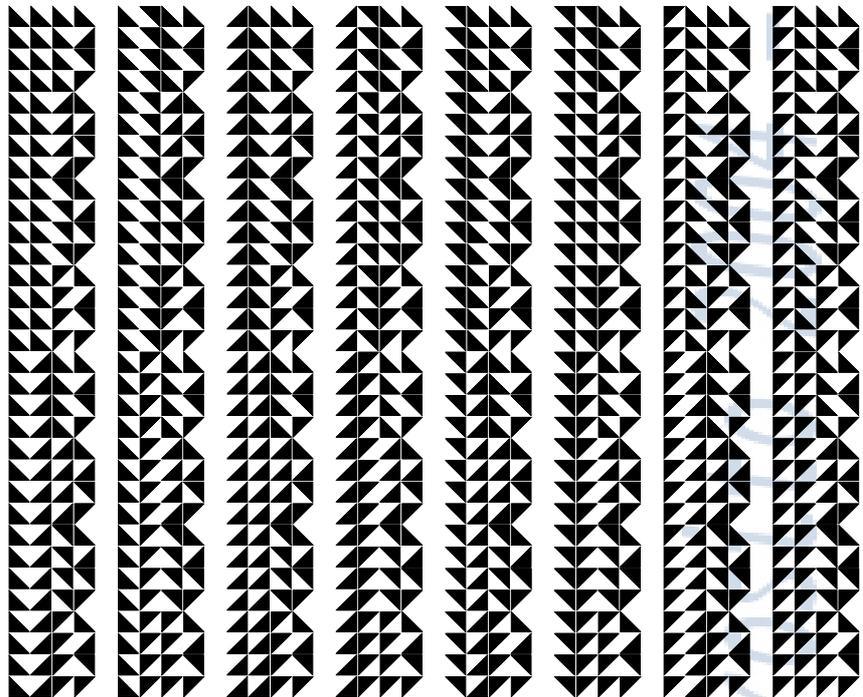
AAAAABAA	ACAA ADAA	BAAA BBAA	BCAA BDAA
AAAB ABAB	ACAB ADAB	BAAB BBAB	BCAB BDAB
AAAC ABAC	ACAC ADAC	BAAC BBAC	BCAC BDAC
AAAD ABAD	ACAD ADAD	BAAD BBAD	BCAD BDAD
AABA ABBA	ACBA ADBA	BABA BBBA	BCBA BDBA
AABB ABBB	ACBB ADBB	BABB BBBB	BCBB BDBB
AABC ABBC	ACBC ADBC	BABC BBBC	BCBC BDBC
AABD ABBD	ACBD ADBD	BABD BBBD	BCBD BDBD
AACA ABCA	ACCA ADCA	BACA BBCA	BCCA BDCA
AACB ABCB	ACCB ADCB	BACB BB CB	BCCB BDCB
AACC ABCC	ACCC ADCC	BACC BBCC	BCCC BDCC
AACD ABCD	ACCD ADCD	BACD BB CD	BCCD BDCD
AADA ABDA	ACDA ADDA	BADA BBDA	BCDA BDDA
AADB ABDB	ACDB AADB	BADB BBDB	BCDB BDDB
AADC ABDC	ACDC ADDC	BADC BBDC	BCDC BDDC
AADD ABDD	ACDD ADDD	BADD BBDD	BCDD BDDD

CAAA	CBAA	CCAA	CDA A	DAAA	DBAA	DCAA	DDAA
CAAB	CBAB	CCAB	CDAB	DAAB	DBAB	DCAB	DDAB
CAAC	CBAC	CCAC	CDAC	DAAC	DBAC	DCAC	DDAC
CAAD	CBAD	CCAD	CDAD	DAAD	DBAD	DCAD	DDAD
CABA	CBBA	CCBA	CDBA	DABA	DBBA	DCBA	DDBA
CABB	CBBB	CCBB	CDBB	DABB	DBBB	DCBB	DDBB
CABC	CBBC	CCBC	CDBC	DABC	DBBC	DCBC	DDBC
CABD	CBBD	CCBD	CDBD	DABD	DBBD	DCBD	DDBD
CACA	CBCA	CCCA	CDCA	DACA	DBCA	DCCA	DDCA
CACB	CBCB	CCCB	CDCB	DACB	DBCB	DCCB	DDCB
CACC	CBCC	CCCC	CDC C	DACC	DBCC	DCCC	DDCC
CACD	CB CD	CCCD	CDCD	DACD	DBCD	DCCD	DDCD
CADA	CBDA	CCDA	CDDA	DADA	DBDA	DCDA	DDDA
CADB	CBDB	CCDB	CDDB	DADB	DBDB	DCDB	DDDB
CADC	CBDC	CCDC	CDDC	DADC	DBDC	DCDC	DDDC
CADD	CBDD	CCDD	CDDD	DADD	DBDD	DCDD	DDDD

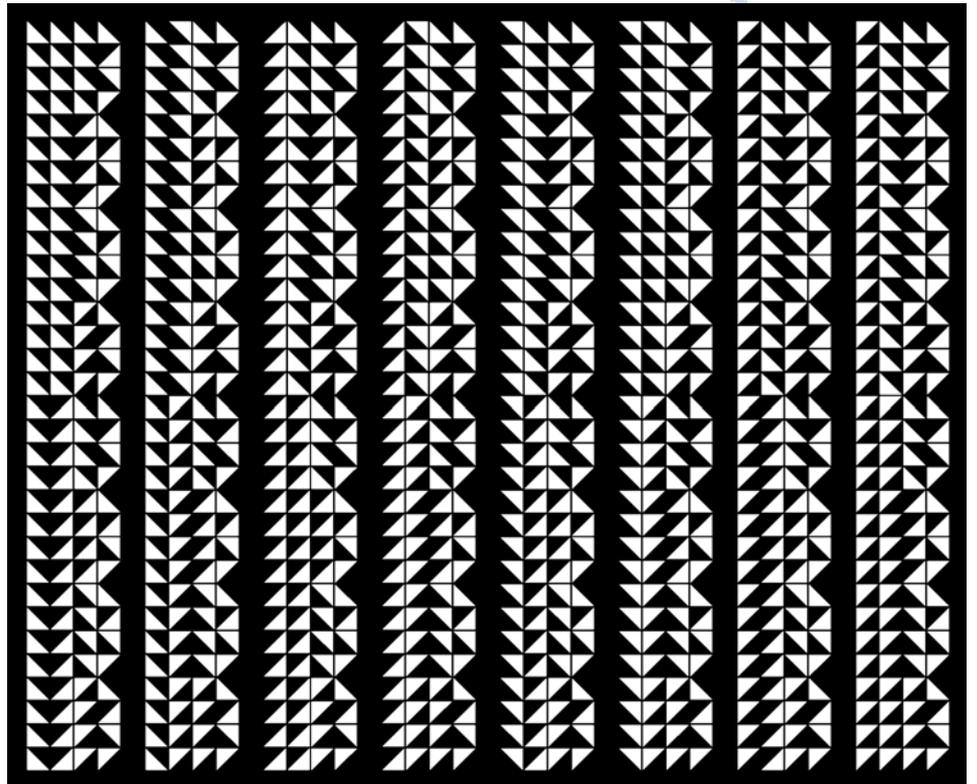
Alle lettere A B C D andiamo ad assegnare i triangoli, così come segue :

 =A    
 =B    
 =C    
 =D

Le DISPOSIZIONI come si presenta la pagina definitiva



La variante negativa è importante per verificare la capacità di lettura Figura/Sfondo e l'impatto emotivo di ogni singolo gruppo.

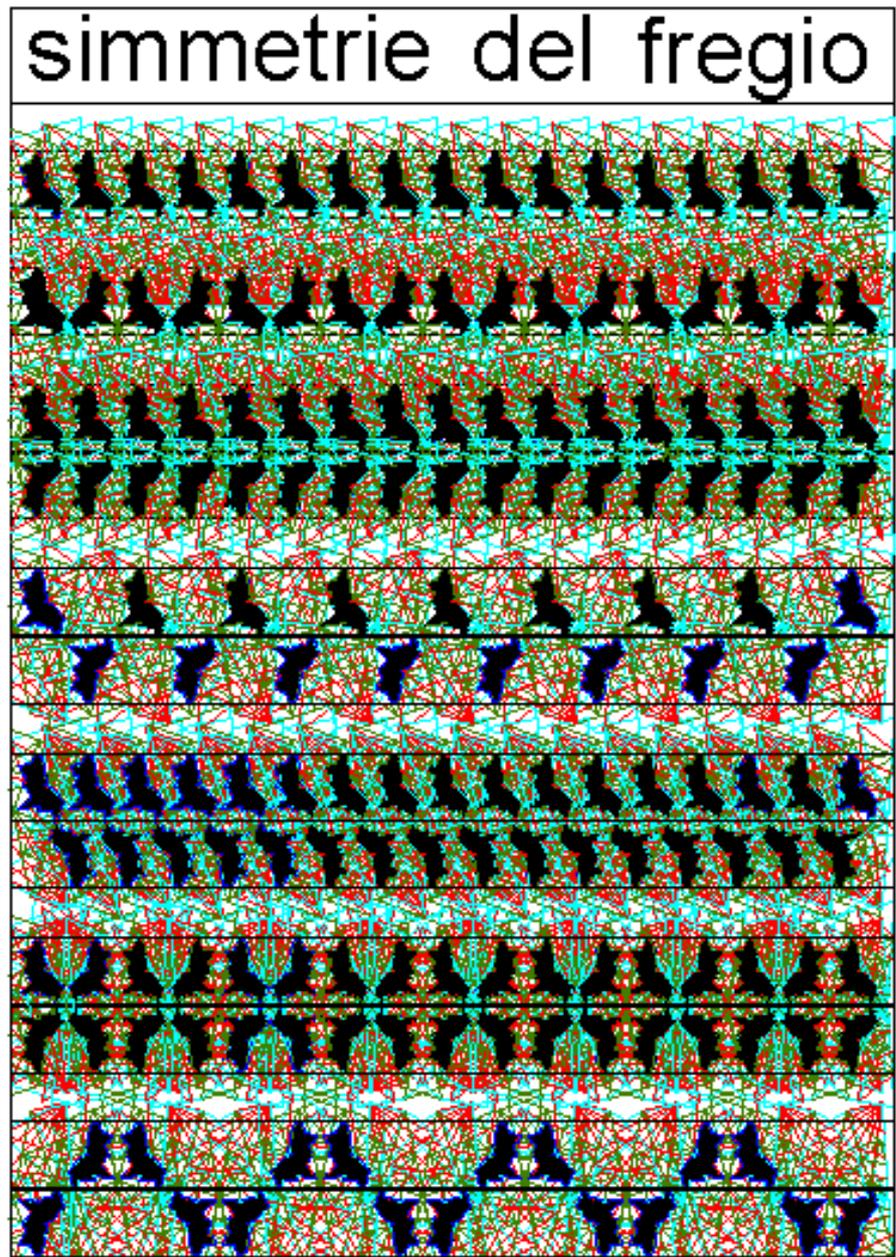


*Questo esercizio è indispensabile per impostare il metodo di lavoro che da questo momento in poi caratterizzerà tutto il percorso didattico: verifica, prima, di carattere logico e soltanto più tardi anche visivo.*

## GRUPPI DI SIMMETRIE

Le simmetrie sono prima di tutto un principio dinamico. Le trasformazioni dell'ambiente originano la simmetria, la quale è precisamente "ciò che rimane quando tutto cambia" (Caglioti). Tant'è che la simmetria rimane legata alla teoria degli invarianti delle figure nello spazio euclideo.

Le uniche isometrie piane sono *traslazioni*, *rotazioni*, *riflessioni* e *glissoriflessioni*. Le traslazioni e le rotazioni non alterano l'orientamento delle figure (sono pari o destrorse), le riflessioni e le glissoriflessioni alterano l'orientamento delle figure (sono isometrie *dispari* o *sinistrorse*).



Sopra vediamo le sette simmetrie del fregio.

Una volta progettata la nostra Figura si potrebbe desiderare o avere il bisogno di comporla insieme ad altre. Sotto abbiamo le norme di come procedere per comporle.

## I SETTE GRUPPI DELLE SIMMETRIE DEL FREGIO

- |  |   |
|--|---|
| 1- Traslazione                                       | 1-  |
| 2- Traslazione e riflessione orizzontale             | 2-  |
| 3- Traslazione e riflessione verticale               | 3-  |
| 4- Riflessione orizzontale e slittamento             | 4-  |
| 5- Rotazione di 180°                                 | 5-  |
| 6- Riflessione orizzontale, verticale e traslazione. | 6-  |
| 7- Riflessione orizzontale, verticale e slittamento  | 7-  |

I gruppi fregio nei ribaltamenti, nelle traslazioni come negli slittamenti sono caratterizzati da un passo costante.

Il gruppo delle simmetrie del fregio ci guidano nella composizione di una immagine a sviluppo orizzontale o verticale ma comunque unidirezionale. Il gruppo delle simmetrie del piano sono bidirezionali quindi a sviluppo orizzontale e verticale.

## GRUPPI DI SIMMETRIE DEL PIANO O ROTATORIE

Le simmetrie del piano o rotatorie consistono, come si può intuire, dalla rotazione di una Figura sul piano e intorno ad un punto fisso: il CENTRO DI ROTAZIONE che può essere esterno o interno alla Figura, può coincidere con uno dei suoi vertici o con un punto che appartiene a uno dei suoi lati.

Il valore occorrente affinché la figura possa essere riportata al punto di partenza dopo una rotazione si dice ORDINE DI SIMMETRIA

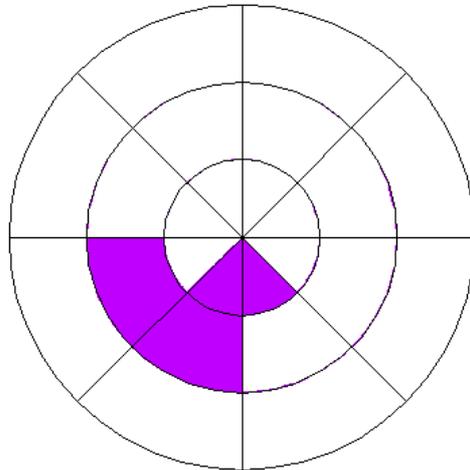
L'ordine di simmetria potrà assumere un valore di  $360/x$ . La x secondo logica non potrà mai assumere un valore tale per cui la Figura si sovrapponga in fase di rotazione.

Pertanto avremo  $360^\circ/3 = 120^\circ$  -  $360^\circ/4 = 90$  e così di seguito.

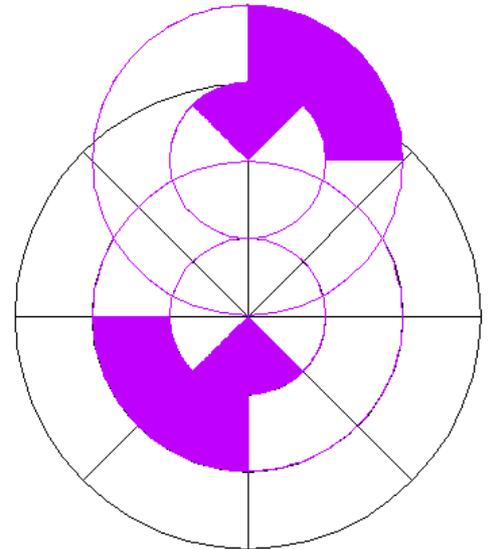
Le simmetrie del piano si distinguono in CICLICHE quando la Figura in rotazione non è caratterizzata dalla presenza di asse di simmetria al suo interno e DIEDRICHE quando la Figura in rotazione ha un asse di simmetria sul quale è collocato il centro di rotazione.

## I DIECI GRUPPI DELLE SIMMETRIE CICLICHE

CICLICHE =  $360^\circ/x$  si dice simmetria di tipo Cx dove C sta per gruppo delle CICLICHE e x è il numero d'Ordine.

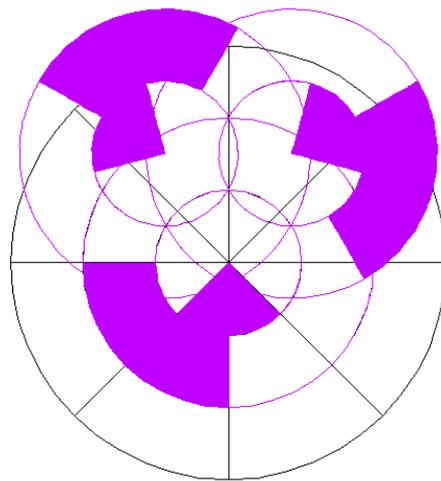


C1

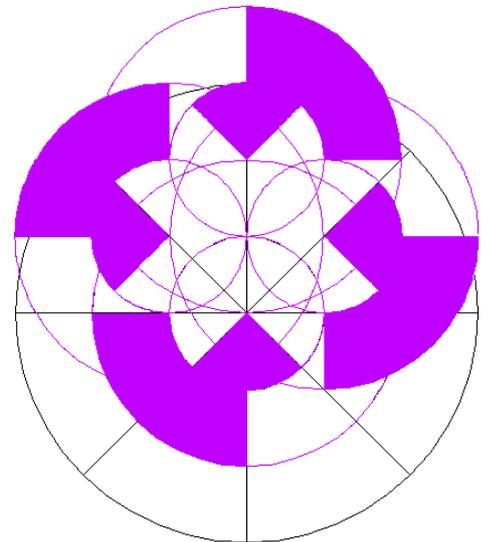


C2

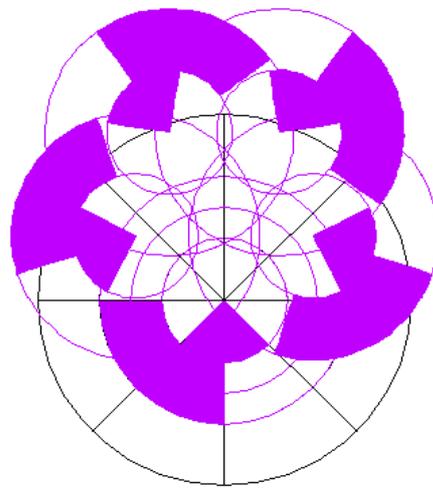
Nella C2 ( $360^\circ/2$ ) il centro di rotazione è esterno alla figura e precisamente all'intersezione fra il raggio e il primo anello



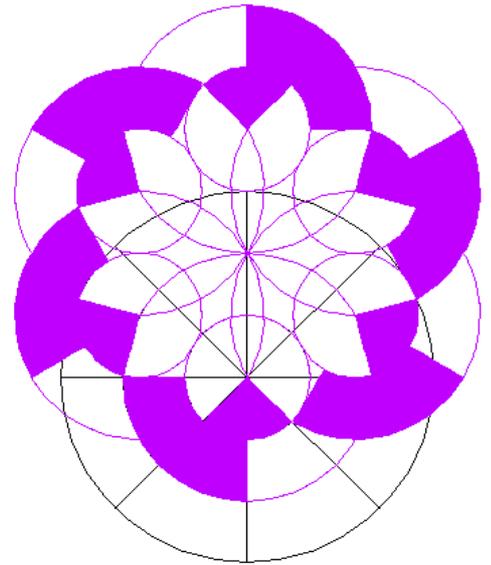
C3



C4



C5

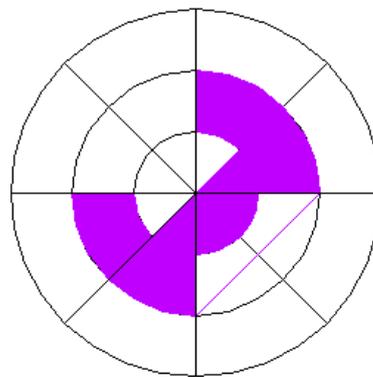


C6

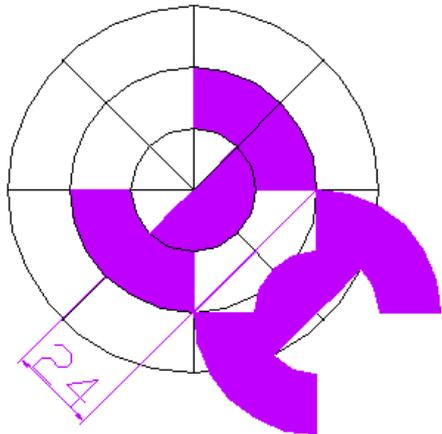
Nella C3 ( $360^\circ/3$ ) come nella C4 ( $360^\circ/4$ ), C5( $360^\circ/5$ ), C6( $360^\circ/6$ ), il centro di rotazione esterno alle figure è facilmente identificabile.

### I DIECI GRUPPI DELLE SIMMETRIE DIEDRICHE

DIEDRICHE =  $360^\circ/x$  si dice simmetria di tipo Dx dove D sta per gruppo delle DIEDRICHE e x è il numero d'Ordine.

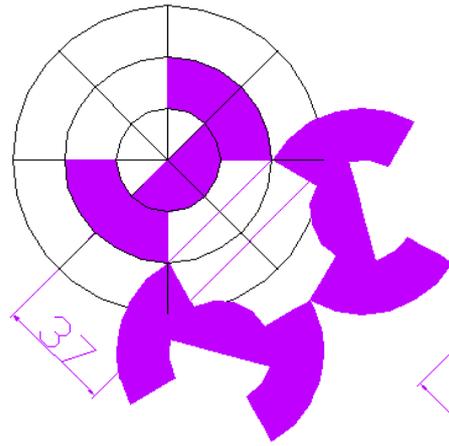


D1

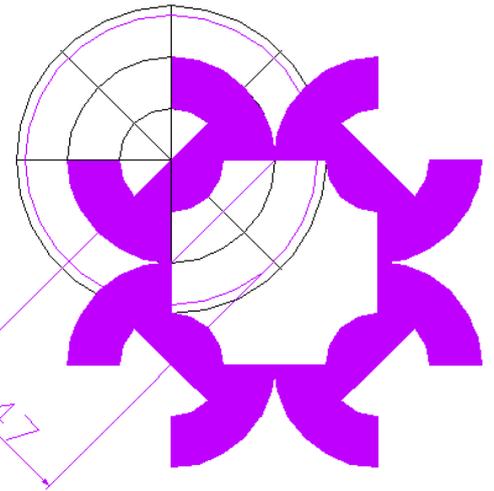


D2

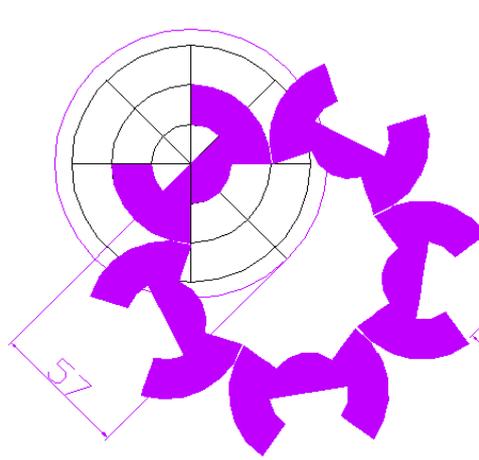
Anche per le Diedriche, per evitarne la sovrapposizione, data la Figura, il centro di rotazione è esterno. Nella C2 è a 24 cm dal centro delle circonferenze.



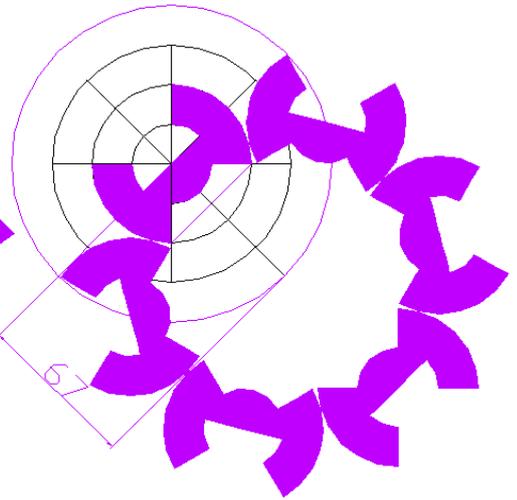
**D3**



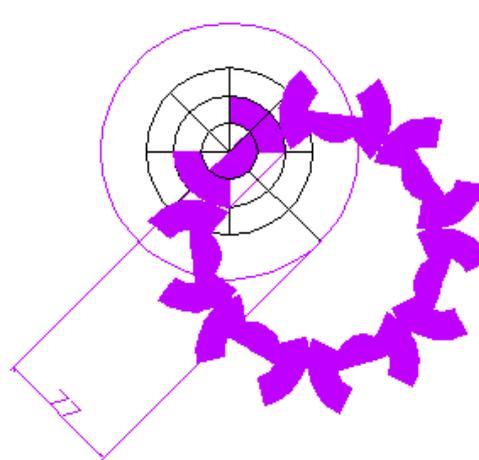
**D4**



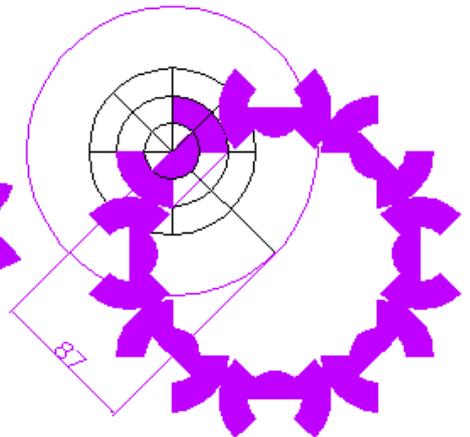
**D5**



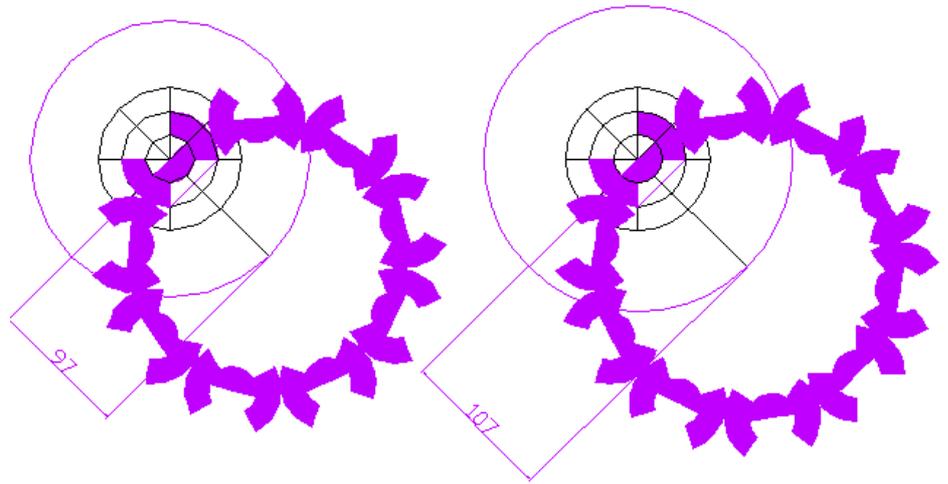
**D6**



**D7**



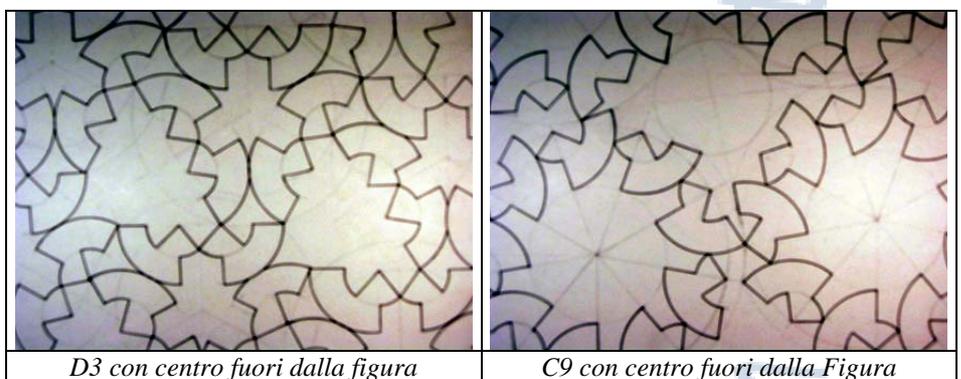
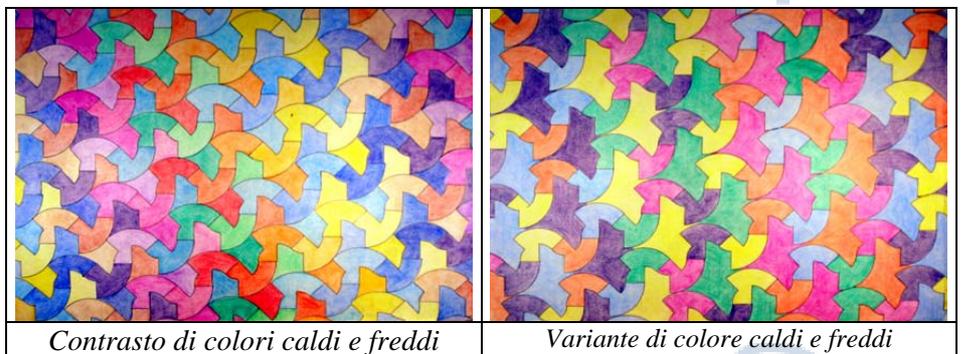
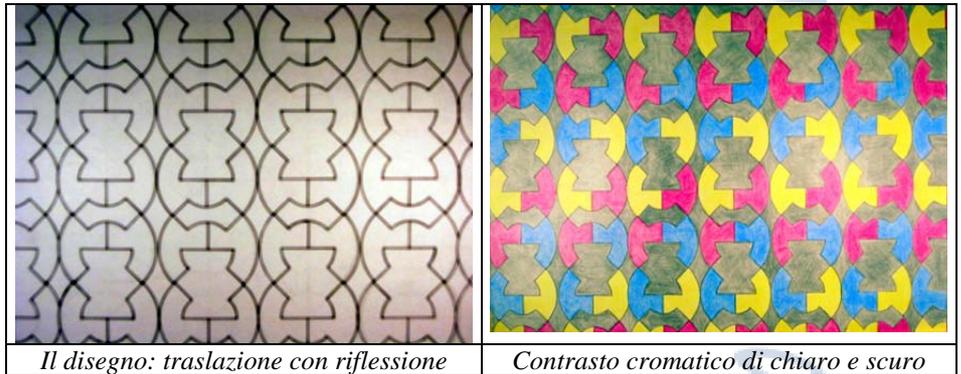
**D8**

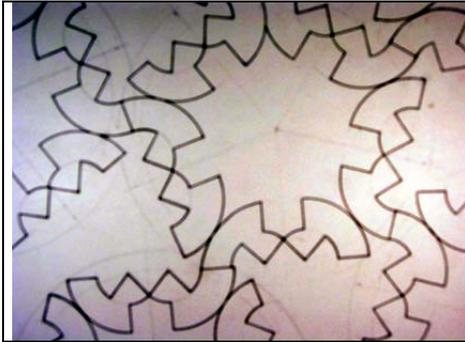


Nel gruppo delle Diedriche a partire dalla  $D_3$ , è interessante osservare come l'incremento di una unità nel numero d'Ordine di simmetria, date le dimensione della nostra Figura e per evitarne la sovrapposizione, si richiede un incremento del raggio di 10 punti in 10 costanti misurati sempre dal centro di rotazione.

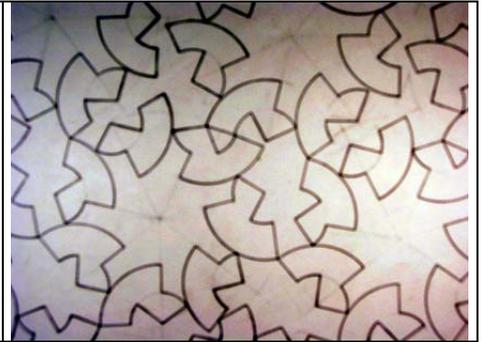
Conterposito 2004 - 1^a

Esercitazioni delle simmetrie del gruppo fregio e del piano con prove e varianti di colore.

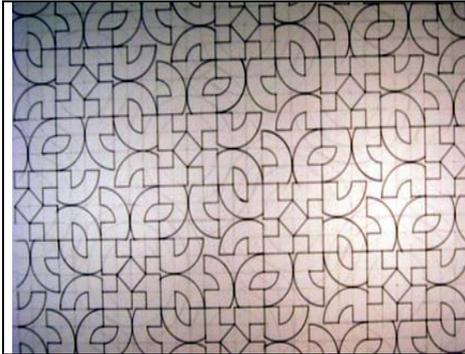




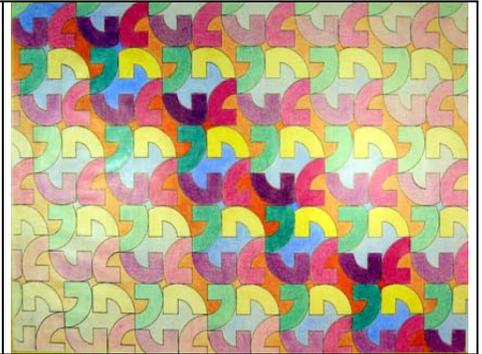
*D5 con centro fuori dalla Figura*



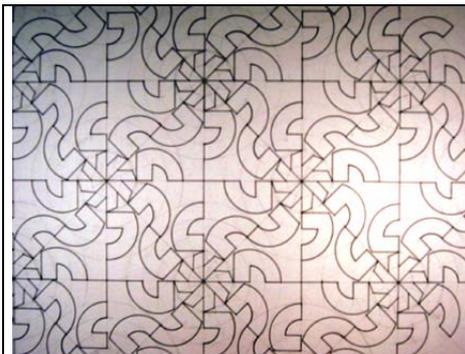
*C7 con centro fuori dalla Figura*



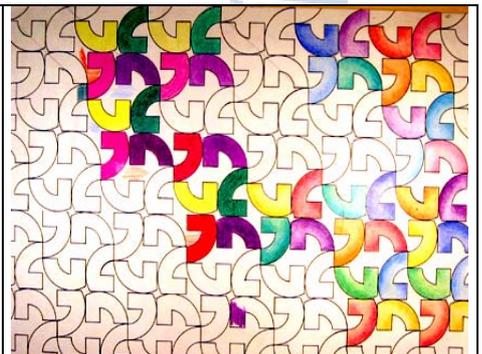
*C4 con centro fuori dalla Figura*



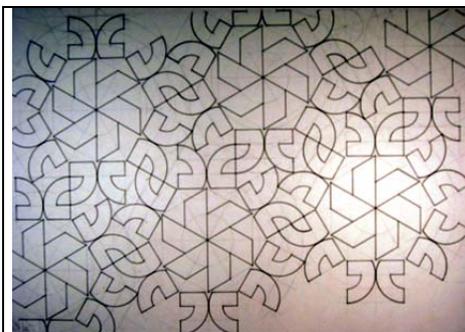
*C4 e contrasto diluminosità*



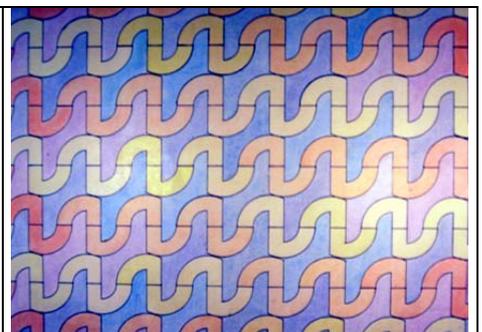
*Figura in C8 + C4 , e altra Figura in C8*



*C4 con prova di colore*



*C3 con centro al Vertice e D6 centro fuori*



*Contrasto caldo e freddo*



La simmetria concorre alla bellezza degli oggetti in cui si manifesta. Ma la bellezza può esprimersi anche attraverso relazioni sorprendenti: “*la vera bellezza è una deliberata, parziale, rottura di simmetria*”. Questa idea, nella nostra cultura, è testimoniata da numerose raffigurazioni.

Novara 1 ottobre 2005

Prof. Salvatore Conterposito

Conterposito 2004 - 1^ A SP